Loi binomiale

Schéma de Bernoulli – Loi binomiale

Une *épreuve de Bernoulli* est une épreuve à 2 issues possibles S (comme « succès ») et $\overline{S}$ (échec) de probabilités respectives *p* et *1-p*.

Un *schéma de Bernoulli* consiste à répéter n fois de façon indépendante une épreuve de Bernoulli.

La loi de probabilité X qui compte le nombre de succès d'un schéma de Bernoulli s'appelle la *loi binomiale* de paramètres *n* et *p*.

$$\boxed{P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}} \quad (\ k\in\{0,1,2,\cdots,n\}\ )$$

$$\boxed{E(X)=np} \quad \boxed{V(X)=np(1-p)} \quad \boxed{\sigma(X)=\sqrt{np(1-p)}}$$

Coefficients binomiaux

$$\boxed{\binom{n}{0}=1} \quad \boxed{\binom{n}{n}=1} \quad \boxed{\binom{n}{0}=1} \quad \boxed{\binom{n}{1}=n} \quad \boxed{\binom{n}{n-1}=n} \quad \boxed{\binom{n}{n-k}=\binom{n}{k}} \quad \boxed{\binom{n+1}{k}=\binom{n}{k}+\binom{n}{k-1}}$$

Triangle de Pascal

n=0	1					
n=1	1	1				
n=2	1	2	1			
n=3	1	3	3	1		
n=4	1	**4**	**6**	4	1	
n=5	1	5	**10**	10	5	1
...	*k=0*	*k=1*	*k=2*	*k=3*	*k=4*	*k=5*

Exemple :

$\boxed{4}$ + $\boxed{6}$

=

$\boxed{10}$

Échantillonnage et prise de décision

Échantillonnage : on considère une population pour laquelle on pense que la proportion d'un certain caractère est *p*. On prend un échantillon en choisissant simultanément *n* personnes dans la population. Le nombre d'individus X de l'échantillon possédant le caractère étudié suit une loi binomiale de paramètres *n* et *p*. On note *f* la fréquence constatée du caractère dans l'échantillon. On cherche un critère permettant de valider l'hypothèse faite sur la proportion.

Intervalle de fluctuation à 95% de la fréquence *f* : c'est l'intervalle I = $\left[\frac{a}{n};\frac{b}{n}\right]$ avec :

a plus petit *entier* tel que $P(X\leqslant a)>0.025$
b plus petit *entier* tel que $P(X\leqslant b)\geqslant 0.975$

(*a* et *b* sont des valeurs de X, donc des entiers entre 0 et *n*)

Si *f* est dans I, on est sûr à 95% que l'hypothèse était valide.